

Resolver el sistema de ecuaciones de tres incógnitas usando el método de gauss jordan

Resolver X Gauss Jordan

$$\begin{cases} x+y+z = 2 \\ x+3y+2z = 5 \\ 2x+3y+(k^2-1)z = k+1 \end{cases}$$

Solución del ejercicio

Ya es sabido que la solución de un problema de ecuaciones puede llevarse a cabo a través de diferentes formas: el uso de matrices facilita este proceso. La solución de ecuaciones a través del álgebra de matrices se realiza gracias a la implementación de ecuaciones matriciales.

Las operaciones elementales a una matriz son de intercambio de filas, operación producto escalar por fila, producto escalar por fila y suma a otra fila, suma o resta de filas.

El método de gauss jordan consiste en crear la matriz aumentada entre la matriz original y los valores numéricos independientes de la ecuación y de llevar la matriz original a matriz identidad a través de operaciones de reducción entre renglones; es decir, la matriz de la izquierda de la matriz aumentada deberá terminar como la matriz identidad y los valores de cada variable del lado derecho con los que se aumentó la matriz serán los valores respectivos de cada incógnita.

Propiedades:

- Si al terminar de reducir la matriz aumentada se obtiene que toda una fila está compuesta por ceros entonces, la ecuación tendrá infinitas soluciones.
- Si al terminar de reducir la matriz aumentada se obtiene que toda una fila excepto el valor aumentado son todos cero, entonces la ecuación no tendrá solución, será una ecuación indeterminada.

$$\begin{cases} x+y+z = 2 \\ x+3y+2z = 5 \\ 2x+3y+(k^2-1)z = k+1 \end{cases}$$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 3 & 2 & 5 \\ 2 & 3 & k^2-1 & k+1 \end{array} \right] \begin{array}{l} \text{Matriz} \\ \text{Aumentada} \end{array} \longrightarrow$$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 3 & 2 & 5 \\ 2 & 3 & k^2-1 & k+1 \end{array} \right] \begin{array}{l} \text{Mf1(-1)+f2} \\ \text{Mf1(-2)+f3} \end{array} \longrightarrow$$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & k^2-3 & k-3 \end{array} \right] f2 \longleftrightarrow f3 \longrightarrow$$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & k^2-3 & k-3 \\ 0 & 2 & 1 & 3 \end{array} \right] \begin{array}{l} \text{Mf2(-1)+f1} \\ \text{Mf2(-2)+f3} \end{array} \longrightarrow$$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 4-k^2 & 5-k \\ 0 & 1 & k^2-3 & k-3 \\ 0 & 0 & 7-2k^2 & 9-2k \end{array} \right]$$

Como conclusión final se pueden concluir varios resultados según el valor de la variable k . Es decir, para $k = \pm\sqrt{7/2}$ el sistema tiene única solución. En cambio para valores k diferentes a $\pm\sqrt{7/2}$ varias soluciones.

Convenciones:

Mfx(valor): Multiplicar la fila x por un valor

Mfx(valor) + filax2 : Multiplicar la fila x por un valor y sumarlo a la filax2

fx ↔ fx2: Intercambiar la fila x con la fila $x2$